

# 簡略化四面体メッシュを用いた詳細メッシュの インタラクティブな物理法則アニメーション

近藤 亮<sup>†</sup> 金井 崇<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> 慶應義塾大学 政策・メディア研究科    <sup>‡</sup> 慶應義塾大学 環境情報学部

E-mail: {rk/kanai}@sfc.keio.ac.jp

本論文では、簡略化四面体メッシュを用いた高密度な表面メッシュ (以下詳細メッシュと呼ぶ) のインタラクティブな物理アニメーションの手法を提案する。詳細メッシュから生成した簡略化四面体メッシュを用いて物理法則に基づいた変形・移動を行い、レンダリング時に詳細メッシュとマッピングを行うことで、詳細メッシュのディテールを保った物理アニメーションが可能である。また空間ハッシュにより衝突検出を高速に行い、前処理で予め簡略化四面体メッシュに表面からの距離場を与えておくことで、自己衝突および物体同士の衝突の応力計算を容易に行うことができる。これにより、物体の相互作用を考慮したシーンをインタラクティブに処理することが可能である。

## Interactive Physically-based Animation of Dense Surface Meshes Using Simplified Tetrahedral Meshes

Ryo Kondo<sup>†</sup> Takashi Kanai<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Keio University, Graduate School of Media and Governance

<sup>‡</sup> Keio University, Faculty of Environmental Information

E-mail: {rk/kanai}@sfc.keio.ac.jp

In this paper we propose a novel interactive physically-based animation framework for dense meshes. We first compute an approximation of the input surface mesh. Then we build a tetrahedral mesh out of this approximation. It is used as a support for physically-based deformation and computation of reaction forces. For computing reaction forces we use pre-computed penetration depth values and gradients. These parameters, computed at each vertex, are handled efficiently as distance fields with a penalty approach. They are interpolated when collisions are detected between two meshes. Our method can animate dense meshes with collision management at interactive frame rates.

## 1 はじめに

リアリティのある映像を生成するためには、物理法則を考慮した動きが必要不可欠である。しかしながら、特に変形物のアニメーションにおいては、変形処理のための計算負荷や、衝突判定や反力計算などの複雑な処理が、インタラクティブな動作の妨げとなってきた。そこで本文では、簡略化四面体メッシュを用いた弾性体の物理アニメーションの統一的な枠組みと、衝突処理を容易に行うための一連の手法について述べる。

本研究では、詳細メッシュのアニメーションをインタラクティブに行うために、簡略化四面体メッシュを生成する。これにより運動方程式を解く際に必要な計算量を大幅に減らすことができ、詳細メッシュの複雑さに依存することなく変形処理が可能になる。

その一方で、本手法は描画の際に元の詳細メッシュを用いて復元処理を行うため、映像の品質が失われない、という特徴を持つ。前処理の段階で、簡略化四面体メッシュと詳細メッシュの間の対応付けを行い、フレームごとに簡略化四面体メッシュを元に詳細メ

ッシュを復元する。このため、精細で自然なアニメーションが得られる (図 1)。

また物理アニメーションにおいては、自己衝突や物体同士の衝突処理が不可欠である。本手法では四面体と頂点との衝突が検出されると、そこから直に反力を計算し、アニメーションに反映させることができる。

本論文は、以降次のようにまとめられている。2 章ではこれまでの物理法則に基づいた変形手法についての関連研究を示す。3 章では本研究でのアニメーションの枠組み、及び、詳細メッシュ・簡略化四面体メッシュ間の対応付け処理について述べる。衝突処理の一連の手法については 4 章で説明する。結果と本手法の問題点を 5 章で提示し、6 章では今後の展望について議論する。

## 2 関連研究

物理法則のモデル化はコンピュータグラフィックスの分野において、最も盛んに研究が行われているテーマの一つである。ここでは変形を対象を絞り、その関連研究を紹介する。

変形物を計算機上で表現するために、さまざまな手法がこれまで考案されてきた。最も代表的なものは有限要素法 [1] で、ある物体を複数の有限個の四面体 (又は六面体) 要素の集合とみなして離散化を行う。この個々の要素の頂点に対して運動方程式を連立して解き、変位を計算する。その他の手法としては、物体の境界面の離散化のみを必要とする境界要素法 [10, 11]、固体を粒子の集合の運動として表す粒子法 [17] などがよく知られている。これらの手法のほとんどの場合、物体をより小さな要素の集合とみなすことで離散化を行う。

その反対に、Free-Form Deformation(FFD) [16] などの手法では、対象の物体に対しそれを覆うような粗い形状を定義する。これをパラメータ表現を用いて物体と対応付け、粗い形状を変形させることで物体の変形を行う。FFD と物理法則を統合した手法 [5] なども考案されている。

Müller らにより提案された stiffness warping 法 [12] は、線形有限要素法を元にした完全弾性体のための変形手法で、剛性行列を回転させることで、高速かつ安定したシミュレーションを行うことができる。一方、Debbunne らの手法では単一の物体に対し多解像度の四面体メッシュを生成し、局所的に変形量に応じて計算負荷を分配させることで、フレームごとの計算量を一定に保つことができる [4]。Capell らは骨格主導の変形手法を提案しており、体積要素を適応的に細分割し有限要素法を解くことで、関節を持つ物体の変形に有効であることを示した [3, 2]。また、これまで要素を適応的に細分割するのが一般的であったのに対し、Grinspun らは基底関数を精緻化することで、要素の種類に依存しない手法を提案した [8]。Hauser らは振動解析による変形手法 [13] を拡張し、インタラクティブな物理法則アニメーションに適用した [9]。有限要素法に比べ、高速な処理が可能である。

本研究では、簡略化四面体メッシュを変形に用いた詳細メッシュの物理法則アニメーションの統合的な枠組みを提案する。また、変形物を対象とした衝突判定と反力計算の一連の処理を統合し、同手法に組み込むことで、物体の衝突を含んだ高品質なアニメーションがインタラクティブに得られることを示す。

### 3 簡略化四面体メッシュを用いたアニメーション手法

本研究で開発したアニメーションシステムの概要を図 1 に示す。本システムは大きく、簡略化四面体メッシュ生成、衝突処理を含む変形及び移動、詳細メッシュの更新、の 3 つの処理から成り立っている。ここでは、簡略化四面体メッシュ生成および詳細メッシュの更新について述べる。

#### 3.1 簡略化四面体メッシュの生成

本研究では弾性体変形の手法に [12] を利用している。なお、本システムは [12] に限らず、他の有限要素法アルゴリズムにも適応可能である。一般的に有限要素法では、物体の変形に四面体メッシュが必要となる。実装を簡潔にするため、今回は詳細メッシュから簡略化表面メッシュを作り、それを用いて簡略化四面体メッシュを生成した。この四面体メッシュ生成のプロセスは本システムから独立しており、既存の外部プログラムを利用することができる。本研究では Garland らによるメッシュ簡略化アルゴリズムを用いて簡略化表面メッシュを生成した [7]。ユーザは簡略化表面メッシュのポリゴン数を調整することが可能で、一つのモデルにつきおよそ一千ポリゴン未満にまで削減する。本手法では高速化のため衝突検出にも簡略化四面体メッシュを用いており、そのため、元の詳細メッシュの形状を近似するような簡略化メッシュを生成する必要がある。Garland らのアルゴリズムはメッシュの形状をなるべく維持した簡略化を行うため、本手法に適している。

次にこの簡略化表面メッシュから四面体メッシュを生成する。ここでは公開ソフトウェアである *Netgen* [14] を用いた。これにより、数百要素からなる四面体メッシュを生成する。

#### 3.2 メッシュの対応付け

以上により、詳細メッシュから簡略化四面体メッシュが得られたが、元のメッシュの高解像度な表面データは失われている。そこで、この簡略化四面体メッシュと元の詳細メッシュの間の対応付けを行う。

本手法では、詳細メッシュの頂点を簡略化四面体メッシュのいずれかの四面体要素に対応付ける。そうすることで、簡略化四面体メッシュが変形したときに重心座標を用いて線形補間により座標を更新し、変形後の詳細メッシュを復元することができる。

具体的な対応付けの方法を以下に述べる。まず、詳細メッシュの個々の頂点について、全ての四面体要素に対し内外判定を行う。もし頂点がいずれかの四面体の内部に存在したとき、その四面体に対応付ける。

次に、どの四面体にも属さない (四面体メッシュの外側に存在する) 頂点について対応付けを行う。これらの個々の頂点に対し、四面体メッシュの表面を構成する面のうち最近接のものを選択し、その面を含む四面体要素と対応付けを行う。

以上の処理により、詳細メッシュの全ての頂点がいずれかの四面体要素に対応付けられる。このとき、頂点の四面体要素に対する重心座標を計算しておく (4.2 節を参照)。

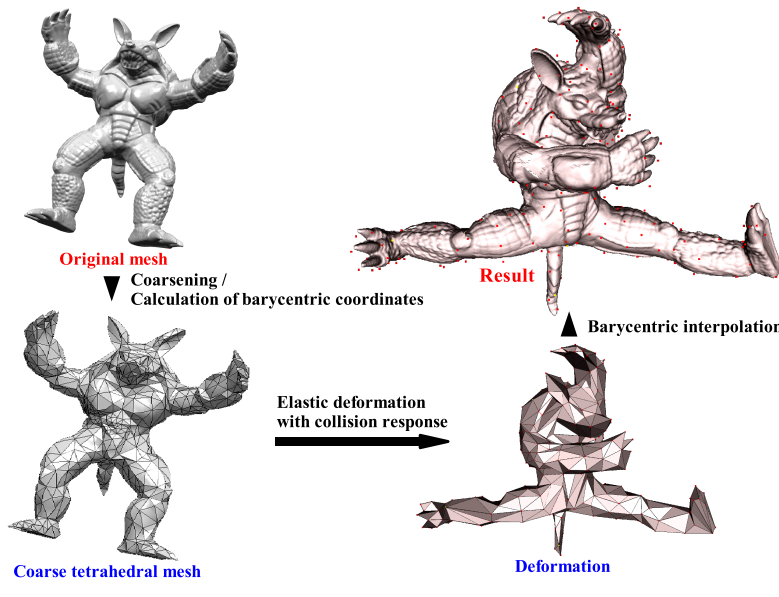


図 1: 本システムの概要



図 2: 物体間の衝突 (シーン C)

#### 4 衝突処理

本手法では前処理により、物体の内部における距離場を生成し、簡略化四面体メッシュの頂点ごとにその値を計算しておく [6]。実行時に空間ハッシング法 [15] を用いて四面体要素と頂点の衝突を検出し、反力計算を含め一貫して行う。これにより、衝突現象を含むインタラクティブなアニメーションが実現できる (図 2)。

##### 4.1 距離場の生成

本手法ではペナルティ法を用いて反力を計算するため、衝突点における物体表面までの最小距離とその勾配ベクトルが必要となる。しかしながら、変形物では表面の形状がフレームごとに変化するため、物体内部の任意の衝突点について、物体表面までの最短経路を求め、その長さを厳密に計算するのは非常に困難である。

ここでは [6] を用いてこの問題を解決する。前処理の段階で、物体内部における物体表面までの距離場を生成し、四面体要素の各頂点における最小距離と勾配ベクトルを計算、格納しておく。衝突点が発見されると、これらの値は衝突点における最小距離と勾配ベクトルを近似計算するために用いられる。

##### 4.2 衝突検出

メッシュの形状の特徴に依存せず、効率の良い衝突判定を行うため、本手法では空間ハッシング法を用いた [15]。これは三次元空間をグリッド状のセルに区切り、ハッシュ関数を用いて一次元配列とみなす手法で

ある。まず最初に四面体メッシュの全ての頂点を対応するセルに格納する。次に個々の四面体要素が侵入する全てのセルを探索し、頂点が既に格納されていれば頂点と四面体要素との内外判定を行う。実際の判定には、四面体要素の軸並行バウンディングボックスと頂点との判定を最初に行い、次に頂点の四面体に対する重心座標を計算し、その値を基に正確な内外判定を行う。

ある座標  $p$  の重心座標  $b = (b_0, b_1, b_2)^T$  は、以下のように求められる。

$$b = A^{-1}(p - x_0),$$

$$A = [x_1 - x_0, x_2 - x_0, x_3 - x_0],$$

このとき  $x_0 \dots x_3$  は四面体を構成する 4 頂点の座標である。  $b_0 \geq 0, b_1 \geq 0, b_2 \geq 0$  かつ  $b_0 + b_1 + b_2 \leq 1$  を満たすとき、座標  $p$  は四面体の内部に存在する。

##### 4.3 反力の計算

アニメーション中に衝突点が発見されると、その点を含む四面体要素の 4 頂点の最小距離と勾配ベクトルを線形補間することで、衝突点における最小距離と勾配ベクトルを近似し、これを用いて反力計算を行う。ここではその具体的な計算について述べる。

アニメーション中に頂点  $v$  が四面体  $t$  の内部に侵入したとする。このとき衝突点における最小距離  $d_v$  および勾配ベクトル  $g_v$  は、 $b'_v$  を衝突点の四面体に対する重心座標ベクトルとすると、

$$b'_v = (1 - b_{v0} - b_{v1} - b_{v2}, b_{v0}, b_{v1}, b_{v2})^T,$$

$$d_v = (d_{t0}, d_{t1}, d_{t2}, d_{t3})b'_v,$$

$$g_v = [g_{t0}, g_{t1}, g_{t2}, g_{t3}]b'_v,$$

	シーン A	シーン B	シーン C
四面体数	3532	2692	1336
頂点数	1432	1142	556
ポリゴン数	79984	158792	59694
フレームレート	14-15	12-13	28-29

表 1: 複数のシーンに対するパフォーマンスの比較

として表すことができる。なお、 $d_{t_0 \dots t_3}$  は前計算により求められた四面体要素の 4 頂点における最小距離である。一方、 $g_{t_0 \dots t_3}$  はその勾配ベクトルであるが、これらは初期状態に対する回転を考慮する必要がある。本手法ではフレームごとに四面体の回転行列を更新しているため、それを用いて勾配ベクトルを回転させる。

前計算により求められた、初期状態の任意の頂点における勾配ベクトルを  $g^0$  とする。この頂点を含む  $n$  個の四面体のそれぞれの回転行列  $R_{t_1} \dots R_{t_n}$  を用い、 $g^0$  を回転させる。そうして求められた  $n$  個のベクトルの和を正規化したものを、現在の勾配ベクトル  $g$  と定義する。

$$g_{sum} = \sum_{i=1}^n R_{t_i} g^0,$$

$$g = \frac{g_{sum}}{|g_{sum}|}.$$

同様に、 $g_{t_0 \dots t_3}$  も、前計算により求めた勾配ベクトル  $g_{t_0 \dots t_3}^0$  と、現在の四面体の回転行列から計算することができる。

最後に反力ベクトル  $f_r$  を以下の式により求める。

$$f_r = a \cdot d_v \cdot g_v,$$

このとき  $a$  はペナルティ係数を表す。

## 5 結果と考察

### 5.1 パフォーマンス

本手法による物理法則アニメーションのパフォーマンスを表 1 に示す。計算機環境には Pentium4 3.2GHz CPU, GeForce FX 5950 を用いた。フレームレートは [12] での陰解法の収束計算の反復回数に大きく依存する。ここではメッシュの複雑さに対する性能評価を行うため、反復回数を固定にして計測を行った。

有限要素法の解は厳密ではないものの、インタラクティブなスピードと高品質なアニメーション結果が得られる。例として、図 3 は 4 匹の馬モデルがお互いぶつかり合いながら落下する様子を示している。図 4 では一番下のアルマジロを固定することにより、複数体を積み上げた様子を示している。図 2 のシーンは 2 つの物体のみで構成されており、ほぼリアルタイムで処

理が可能である。経験上、物体一つにつきおよそ数百要素からなる四面体メッシュを用いることで、スピードとアニメーションの品質の適度なバランスを保つことができる。結果として、全体で数十万ポリゴンからなるシーンをインタラクティブに処理することが可能である。

### 5.2 現状の問題点

上記の計測では反復回数を固定しているため、アニメーションとしては問題とならない映像が得られるものの、実時間との対応は失われる。収束計算により一定の誤差未満まで反復を行う場合、同じ計算機上で同一の四面体メッシュのシミュレーションを行った場合でも、フレームごとの物体にかかる外力の状況により、大幅に計算量が変化する。そのため、本手法など特に複数の物体の干渉を扱う場合には、インタラクティブな実行結果を得るのは難しい。

また、衝突検出が四面体と頂点の間に限られているため、ある四面体の一辺が他の四面体を貫通している場合などは衝突が検出されない。特にアルマジロの耳など突起した部分や、馬の足など非常に細い形状に関しては、すり抜けなどの現象が起こりやすい。これらを防ぐ対策としては、予めより詳細な四面体メッシュを生成・距離場を前計算し、簡略化四面体メッシュとの対応付けを行っておく。第一段階の衝突の検出には大きめの簡略化四面体メッシュを用い、次に詳細な四面体メッシュで衝突検出を行う。同様に反力計算にもこの詳細な四面体メッシュを用いることで、衝突が起こったときの反力をより正しく求めることができると考えられる。

### 5.3 骨格モデルへの適用の可能性

本手法では物体全体を均質な完全弾性体とみなしており、実際の生物に見られるような骨格を考慮しておらず、関節とは無関係な変形を行う。骨格モデルを用いた過去の研究例としては Capell らによる [3, 2] が挙げられる。これらは骨格モデルに沿った四面体メッシュ生成を行うことで、弾性体の拘束を実現している。本手法でも、簡略化四面体メッシュの生成時に同様の方法をとることで、骨格モデルとの親和性を高めることができると考えられる。ただし、骨格モデルと整合性を保つよう半ば強制的にメッシュを分割する必要があるため、現在の実装に較べ四面体の要素数が大幅に増える可能性がある。

一方、骨格モデルに沿ったメッシュ生成を行わない場合には、骨格上に存在する四面体の 4 頂点に拘束力を外力として与えることで、擬似的に骨格モデルに対する拘束が表現できると思われる。[3, 2] とは異なり四面体が整合良く存在するわけでは無いため、骨格モデルが主導して物体を強く変形させる場合には適当でないが、局所的な補強を表現する程度であれば、十分な結果が得られると期待できる。いずれにせよ、この

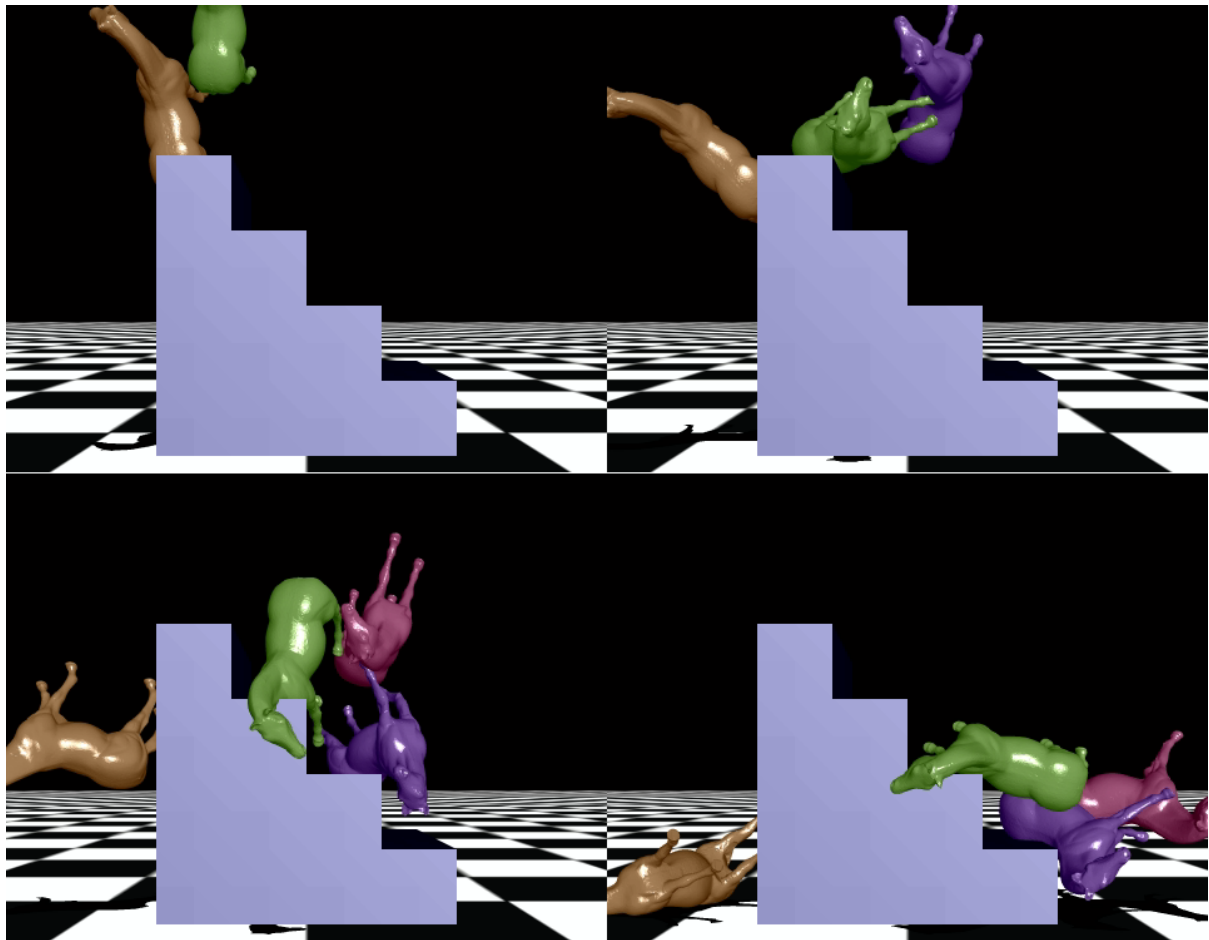


図 3: シーン B: 4 匹の馬モデルの落下アニメーション (順に左上・右上・左下・右下)

点については今後の課題として取り組む必要があるだろう。

## 6 結論と今後の課題

本文では、詳細メッシュのためのインタラクティブな物理法則アニメーションの統一的な枠組みを提案した。また同手法に衝突判定と反力計算を統合することで、変形物の衝突処理を容易に取り扱えることを示した。

今後の展望の一つとしては、前節でも言及したが、衝突処理を含む骨格モデルを考慮したインタラクティブな弾性体アニメーションの実現が考えられる。ほとんど全ての生物は骨格を持っており、骨格を基に運動が制限される。その一方で、通常外部からの力の作用は、まず外皮および筋肉に働き、それが伝導して関節や骨を動かす。これを計算機上で実現することで、非常にリアルなキャラクターアニメーションが生成できるようになると期待できる。

## 参考文献

- [1] K.-J. Bathe. *Finite Element Procedures in Engineering*. Prentice-Hall, 1982.
- [2] S. Capell, S. Green, B. Curless, T. Duchamp, and Z. Popović. Interactive skeleton-driven dynamic deformations. In *Proc. ACM SIGGRAPH: Computer Graphics*, pp. 586–593. ACM Press, New York, 2002.
- [3] S. Capell, S. Green, B. Curless, T. Duchamp, and Z. Popović. A multiresolution framework for dynamic deformations. In *Proc. ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation SCA 2002*, pp. 41–47. ACM Press, New York, 2002.
- [4] G. DeBunne, M. Desbrun, M.-P. Cani, and A. H. Barr. Dynamic real-time deformations using space and time adaptive sampling. In *Proc. ACM SIGGRAPH: Computer Graphics*, pp. 31–36. ACM Press, New York, 2001.

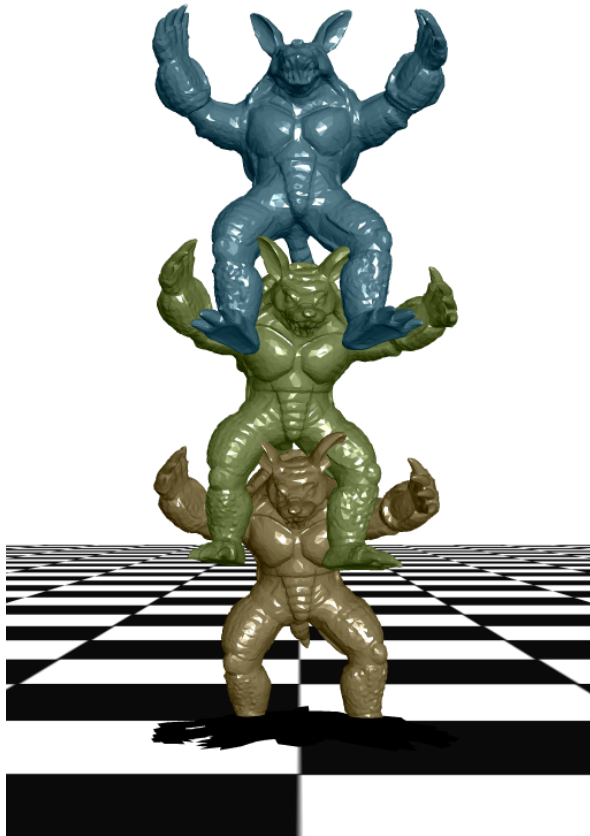


図 4: シーン A: アルマジロの積み上げ

- [5] P. Faloutsos, M. van de Panne, and D. Terzopoulos. Dynamic free-form deformations for animation synthesis. In *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 3, pp. 201–214. IEEE Press, July 1997.
- [6] S. Fisher and M. C. Lin. Deformed distance fields for simulation of non-penetrating flexible bodies. In *Computer Animation and Simulation 2001*, pp. 99–111. Springer-Verlag, 2001.
- [7] M. Garland and P. S. Heckbert. Surface simplification using quadric error metrics. In *Proc. SIGGRAPH 97*, pp. 209–216. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1997.
- [8] E. Grinspun, P. Krysl, and P. Schröder. Charms: a simple framework for adaptive simulation. In *Proc. ACM SIGGRAPH: Computer Graphics*, pp. 281–290. ACM Press, New York, 2002.
- [9] K. K. Hauser, C. Shen, and J. F. O’Brien. Interactive deformations using modal analysis with constraints. In *Proceedings of Graphics Interface 2003*, pp. 247–256. A K Peters, June 2003.
- [10] D. L. James and D. K. Pai. Artdefo - accurate real time deformable objects. In *Proc. ACM SIGGRAPH: Computer Graphics*, pp. 65–72, 1999.
- [11] D. L. James and D. K. Pai. Multiresolution green’s function methods for interactive simulation of large-scale elastostatic objects. In *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 22, pp. 47–82, 2003.
- [12] M. Müller, J. Dorsey, L. McMillan, R. Jagnow, and B. Cutler. Stable real-time deformations. In *Proc. ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation SCA 2002*, pp. 49–54. ACM Press, New York, 2002.
- [13] A. Pentland and J. Williams. Good vibrations: Modal dynamics for graphics and animation. In *Proc. SIGGRAPH 89*, pp. 215–222. ACM Press, New York, July 1989.
- [14] J. Schoberl. Netgen - an advancing front 2D/3D-mesh generator based on abstract rules. In *Computations in Visualization and Science*, Vol. 1, pp. 41–52, 1997.
- [15] M. Teschner, B. Heidelberger, M. Müller, D. Pomeranets, and M. Gross. Optimized spatial hashing for collision detection of deformable objects. In *Proc. Vision, Modeling, Visualization VMV’03*, pp. 47–54. Munich, Germany, 2003.
- [16] T.W.Sederberg and S.R.Parry. Free-form deformation of solid geometric models. In *Proc. ACM SIGGRAPH: Computer Graphics*, Vol. 25, pp. 23–26. ACM Press, New York, Aug 1986.
- [17] C. Yoshitaka, K. Seiichi, and O. Yoshiaki. A particle method for elastic and visco-plastic structures and fluid-structure interactions. In *Computational Mechanics*, Vol. 27, pp. 97–106, 2001.